

Mathematik für Chemiker II SoSe 2004
3. Übungsblatt: 14.5.2004

Bitte elektronisch für die Klausuren registrieren!!!

www.mathematik.uni-mainz.de

→ Für Schüler und Studierende

→ Anmeldung zu den Veranstaltungen

Sprechstunde D. Matthes: Donnerstag 14–15 Uhr

Aufgabe 1:

Berechnen Sie – falls möglich – die Ausdrücke

$$AB^T, A^3, BA, xx^T, x^T x, Ax^T, (Bx)^T \text{ und } A^T Bx$$

für die gegebenen Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 & 1 \\ 2 & 7 & 1 & 8 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad x = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Finden Sie eine Zahl $p \in \mathbb{R}$, so daß die Matrizen

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \text{ und } Q = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ p & 4 \end{pmatrix}$$

vertauschbar sind, d.h., $PQ = QP$.

Aufgabe 2:

$$\text{Es sei } N = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \text{ Berechnen Sie } N^2, N^3, N^4, \dots!$$

$$\text{Nun sei } M = \begin{pmatrix} 1 & \lambda & 0 \\ 0 & 1 & \lambda \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \text{ Berechnen Sie } M^2, M^3, M^4, \dots!$$

Dabei ist $\lambda \in \mathbb{R}$ irgendeine Zahl.

Tip: Diese Aufgabe kann man im Kopf lösen.



VL Mi 8-9 (HS025) Fr 10-12 (N1) Prof.Dr.C. Schneider

UB Mi 10-12 (05-514) Mi 12-14 (05-514) Fr 8-10 (05-426) Dr.D. Matthes

<http://www.numerik.mathematik.uni-mainz.de/~matthes/>

Aufgabe 3:

Ist der \mathbb{R}^2 mit der üblichen Addition und der folgenden skalaren Multiplikation

$$\lambda \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} \lambda^2 x_1 \\ \lambda^2 x_2 \end{pmatrix}$$

ein reeller Vektorraum?

Sei C_*^0 die Menge der stetigen Funktionen $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ für die $f(0.17) = 0$ gilt. Ist C_*^0 mit der für Funktionen üblichen Addition und Skalarmultiplikation ein reeller Vektorraum? Was passiert, wenn man $f(0) = 0.17$ anstatt von $f(0.17) = 0$ fordert?

Aufgabe 4:

Für welche Werte von $p \in \mathbb{R}$ sind die folgenden Abbildungen linear?

(i) $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto x + y^p$

(ii) $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2, x \mapsto \begin{pmatrix} 5x \\ p \end{pmatrix}$

(iii) $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} -13y \\ px \end{pmatrix}$

(iv) $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x + y - 2z \\ 3x - y + p \end{pmatrix}$

(v) $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto (x \ 1) \begin{pmatrix} 1 & p \\ -p & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ y \end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie jeweils den Kern und den Wertebereich der linearen Abbildungen!

Stellen Sie die linearen Abbildungen durch Matrizen (bez. der kanonischen Basis) dar!



VL Mi 8-9 (HS025) Fr 10-12 (N1) Prof.Dr.C. Schneider

UB Mi 10-12 (05-514) Mi 12-14 (05-514) Fr 8-10 (05-426) Dr.D. Matthes

<http://www.numerik.mathematik.uni-mainz.de/~matthes/>

Staudingerweg 9 · Johannes Gutenberg–Universität Mainz · D-55099 Mainz