



1.Klausur (Version A)

20. Dezember 2003

Name:

Lehmann

2609434

Vorname:

Christiau

B. Gebauer

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Σ
max. Pkte.	5	4	4	8	5	8	34
err. Pkte.	4 1/2	0	3.5	7	4	7	26

Hinweise:

- Zitate sind nur aus der Vorlesung und aus den Übungsaufgaben zulässig.
- Als Hilfsmittel sind erlaubt: alle nicht belebten Sachen wie Vorlesungsmitschrift, Skript, Bücher, Übungsaufgaben, Taschenrechner, usw. Notebooks, PCs und Handys sind allerdings verboten.
- Verwende bitte für jede Aufgabe ein separates Blatt und versehe es mit Deinem Namen, der Nummer der Aufgabe und dem Namen des Übungsgruppenleiters.
- Bitte hefte zur Abgabe die Lösungsblätter und das Deckblatt in richtiger Reihenfolge zusammen.



Prof. Dr. C. Schneider, B. Gebauer, B. Schappel

✓ **Aufgabe 1:** (5 Punkte)

Es seien $z = 5 + 3i$ und $w = 2 - 3i$. Gib die Exponentialdarstellung von z und w an und berechne $z + w$, zw und z/w in kartesischer Koordinatendarstellung.

✓ **Aufgabe 2:** (4 Punkte)

Berechne alle Lösungen der Gleichung $z^4 + 256 = 0$ in \mathbb{C} und gib sie sowohl in Exponential- als auch in Koordinatendarstellung an.

- **Aufgabe 3:** (4 Punkte)

Die Funktion f sei gegeben durch $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x-5}}$.

- (a) Gib den Definitions- und den Wertebereich von f an.
- (b) Bestimme die Umkehrfunktion von f .

✓ **Aufgabe 4:** (8 Punkte)

Die Polynome $p, q \in \mathbb{R}[x]$ seien durch

$$\begin{aligned} p(x) &= 2x^5 + 6x^4 - 10x^3 - 30x^2 + 8x + 24 \\ q(x) &= x^2 + x - 6 \end{aligned}$$

gegeben.

- ✓(a) Zeige, dass p durch q teilbar ist und bestimme $r \in \mathbb{R}[x]$ mit $p(x) = q(x)r(x)$.
- ✓(b) Bestimme mittels des Hornerchemas den Wert von p an der Stelle $x_0 = 1$.
- ✓(c) Berechne alle Nullstellen von p .

✓ **Aufgabe 5:** (5 Punkte)

Beweise mittels vollständiger Induktion:

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{1}{4}n^2(n+1)^2 \quad \text{für alle } n \in \mathbb{N}.$$

✓ **Aufgabe 6:** (8 Punkte)

Untersuche die Folgen $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ auf Konvergenz und bestimme im Fall der Konvergenz den Grenzwert:

(a) $a_n = \frac{5n^3 - 2}{(n+1)^3 - 2}$

(b) $a_n = \left(3^{-1/n} \left(1 + \frac{1}{n}\right)\right)^n$

(c) $a_n = \frac{1 - 3n}{3\sqrt[n]{n}}$

(d) $a_n = (7 \cdot 3^n + 2^n) \cdot 3^{-n}$.