*S. Weber : MATHEMATIK FÜR CHEMIKER I - SS 2004*

*2. Klausur : Samstag, 24. Juli , 8:30 – 11:30 Uhr , Muschel*

- **Jede der 6 Aufgaben (K9) bis (K14) mit einem neuen Blatt und Namen beginnen !**
- **In Klammern : erreichbare Maximal-Punkte / empfohlene Maximal-Zeit !**
- **Kurze, aber vollständige Begründungen angeben !!**

---

(K9) **(25 Min)**

a) Zerlege das Polynom $g(x) = x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 2$ in Linearfaktoren.
Rate dazu 2 Nullstellen und führe den Divisionsalgorithmus durch.
Dies kann man zweimal hintereinander machen oder gleich in einem (!) Schritt. **(4 Punkte)**

b) Führe für $h(x) = \dfrac{5x-2}{(x-1)(x+1)(x+2)}$ eine Partialbruchzerlegung durch. **(3 Punkte)**

---

(K10) **(20 Min)**

a) Schreibe den Cosinus hyperbolicus $\cosh(x)$ als Potenzreihe. **(2 Punkte)**

b) Schreibe die Potenzreihe $f(x) = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{2-(-1)^n}{3^n} \cdot x^n$

mittels Reihen mit bekanntem Wert als rationale Funktion in $x$
und gib dabei an, für welche $x$ dies möglich ist. **(4 Punkte)**

---

(K11) **(30 Min)** Die folgenden Aufgaben a) und b) sind ohne Taschenrechner (!) zu bearbeiten.

a) Man betrachte den exponentiellen Zerfall eines radioaktiven Stoffes.
Gegeben sei eine Anfangsgröße $N(0) = N_0 = 10\,000$ .
Nach 5 Tagen sei die Größe $N(5) = 2\,000$ . Berechne $N(20)$ ! **(3 Punkte)**

b) Man betrachte das exponentielle Wachstum einer Population.
Nach 1 bzw. 3 Tagen sei die Größe $N(1) = 40$ bzw. $N(3) = 1\,000$ .
Berechne $N(0)$ !
Nach wieviel Tagen ist die Größe auf $25 \cdot N(0)$ gestiegen ? **(5 Punkte)**

---

**weiter auf der Rückseite**

**30 Min)** Gegeben sei der Cotangens hyperbolicus coth .

a) Zeige explizit: coth ist streng monoton fallend in $]\,0\,,\infty\,[$ .
Argumentiere dann, warum coth auch in $]-\infty\,,0\,[$ streng fällt. **(4 Punkte)**

b) Leite aus $y = \coth(x)$ die Formel für die Umkehrfunktion $\operatorname{Ar\,coth}(y)$ her.
Für welche $y$ gilt diese und warum? **(4 Punkte)**

---

**(40 Min)** Berechne die folgenden 6 Grenzwerte (mit den Methoden aus der Vorlesung !) :

a) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{e^x - 6x^3 - x + 2}{2x^2 + 9x^3}$ **(2 Punkte)**

b) $\lim\limits_{x\to\infty} \left( x^2 - \sqrt{x^4 - x^2 + 1} \right)$ **(2 Punkte)**

c) $\lim\limits_{x\to\infty} \sqrt{x}^{\,\frac{1}{x}}$ **(2 Punkte)**

d) $\lim\limits_{x\to0(+)} \sqrt{x}^{\,\frac{1}{x}}$ **(2 Punkte)**

e) $\lim\limits_{x\to0(+)} (1 - 3\cdot\sqrt{x})^{\frac{1}{\sqrt{x}}}$ **(2 Punkte)**

f) $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\cos(x) - 1 + \frac{x^2}{2}}{x^4}$ (mittels der cos-Reihe, nicht anders !) **(2 Punkte)**

---

4) **(35 Min)**

a) Schreibe die komplexe Zahl $z = -3 - 4i$ in Polarkoordinaten;
Winkelberechnung zunächst als Formel, danach mit Taschenrechner ! **(2 Punkte)**

b) Bestimme für die komplexen Zahlen $z_1 = e^{-i\cdot\frac{3\pi}{2}}$ , $z_2 = 2\cdot e^{i\cdot\frac{\pi}{2}}$ , $z_3 = 3\cdot e^{-i\cdot\frac{\pi}{4}}$ :
$(z_1)^4$ , $z_1\cdot z_2$ , $(z_3)^2$ zunächst in Polarkoordinaten.
Anschließend schreibe man alle 6 komplexen Zahlen in kartesischen Koordinaten und skizziere sie in der Gauß'schen Zahlenebene. **(7 Punkte)**

---

---

*Die erreichbaren Maximal-Punkte ergeben insgesamt **50 Punkte***

*Die empfohlenen Maximal (!!)-Zeiten summieren sich zu **180 Min** ...*

***Alles Gute !***